

# LA MODELACIÓN ALGEBRAICA COMO PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA PARA GRADO OCTAVO DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

Lic. Andrés Felipe Vega Cardona

Lic. Jhonatan E. Posso Torres

# EVIDENCIAS DEL PROBLEMA DE INVESTIGACION

- ❖ El trabajo con expresiones algebraicas se lleva a cabo en forma mecánica, sin contexto ni función alguna para los estudiantes; Las expresiones algebraicas solo son ejercicios de algebra.
- ❖ Hay poca relación de expresiones o modelos algebraicos con situaciones reales o cotidianas. Los estudiantes no tienen la facilidad para modelar o trabajar con modelos de ciertos tipos de tareas.
- ❖ La conexión del algebra con otras áreas de las matemáticas es débil (se asume como una generalización de propiedades aritméticas pero a la vez se rompe con ella)

# PREGUNTA ORIENTADORA

❖ ¿Cómo lograr que los estudiantes de grado 8° de básica secundaria usen el álgebra para modelar problemas numéricos?

# O B J E T I V O G E N E R A L

- ❖ Analizar el alcance del álgebra como instrumento de modelación de problemas numéricos para el aprendizaje de las matemáticas con estudiantes de grado octavo de la Educación Básica Secundaria (EBS).

O  
B  
J  
E  
T  
I  
V  
O  
S  
E  
S  
P  
E  
C  
I  
F  
I  
C  
A  
D  
O

- ❖ Caracterizar diferentes interpretaciones del álgebra que circulan en la Educación Básica Secundaria en Colombia y sus efectos en el aprendizaje de las matemáticas.
- ❖ Identificar los aportes teóricos y metodológicos de las investigaciones en torno al álgebra como proceso de modelación desde el enfoque de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).
- ❖ Diseñar situaciones que permitan el abordaje del álgebra como un proceso de modelación de problemas numéricos.
- ❖ Valorar los aprendizajes alcanzados en el desarrollo de las actividades generadas en la resolución de las situaciones de modelación algebraica con estudiantes de grado octavo de la EBS.

# Marco contextual



El trabajo de investigación a llevarse a cabo se desarrollo en el colegio Seminario Diocesano de Cristo Sacerdote de Palmira , grado 8° de básica secundaria, institución privada, masculino y de carácter académico, nivel muy superior en pruebas saber 11°, estudiantes de estratos 3, 4 y 5 de la localidad.

# MARCO TEÓRICO

**DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS  
COMO DISCIPLINA CIENTIFICA**

“Estudio del hombre haciendo matemáticas” (Gascón, 1998)

**PRAXEOLOGÍA**

“la actividad matemática como una actividad humana que organizada en un modelo permite su estudio”

**MODELACION DESDE LOS  
LINEAMIENTOS CURRICULARES**

“la modelación como uno de los cinco procesos fundamentales en la actividad matemática”

**MODELACION DESDE LA TAD**

“se puede entender como un proceso que permite dinamizar la reconstrucción de elementos propios del álgebra, a partir del desarrollo de dos fases fundamentales: la fase de formulación y la fase de validación”

# Que es la TAD

❖ En la Teoría Antropológica de lo didáctico (TAD) se parte del principio que el **saber matemático** se construye como respuesta al estudio de cuestiones problemáticas, apareciendo así como el resultado de un proceso de estudio. Dicho proceso, en cuanto actividad que conduce a la construcción de conocimiento matemático, forma parte de la actividad matemática, también refiriéndose a:

*"todo aquello que se hace en una determinada institución para aportar respuestas a las cuestiones o para llevar a cabo las tareas problemáticas que se plantean"*



# MODELACIÓN DESDE LA TAD

Estructura en la cual se expresan relaciones aritméticas o algebraicas para el estudio de una situación determinada ya sea intra o extra matemática

Se postula que toda actividad matemática puede ser interpretada como una actividad de modelización.

(i) PROBLEMÁTICA INICIAL: a) y b)

(ii) CONSTRUCCIÓN DEL MODELO: c ) y d)

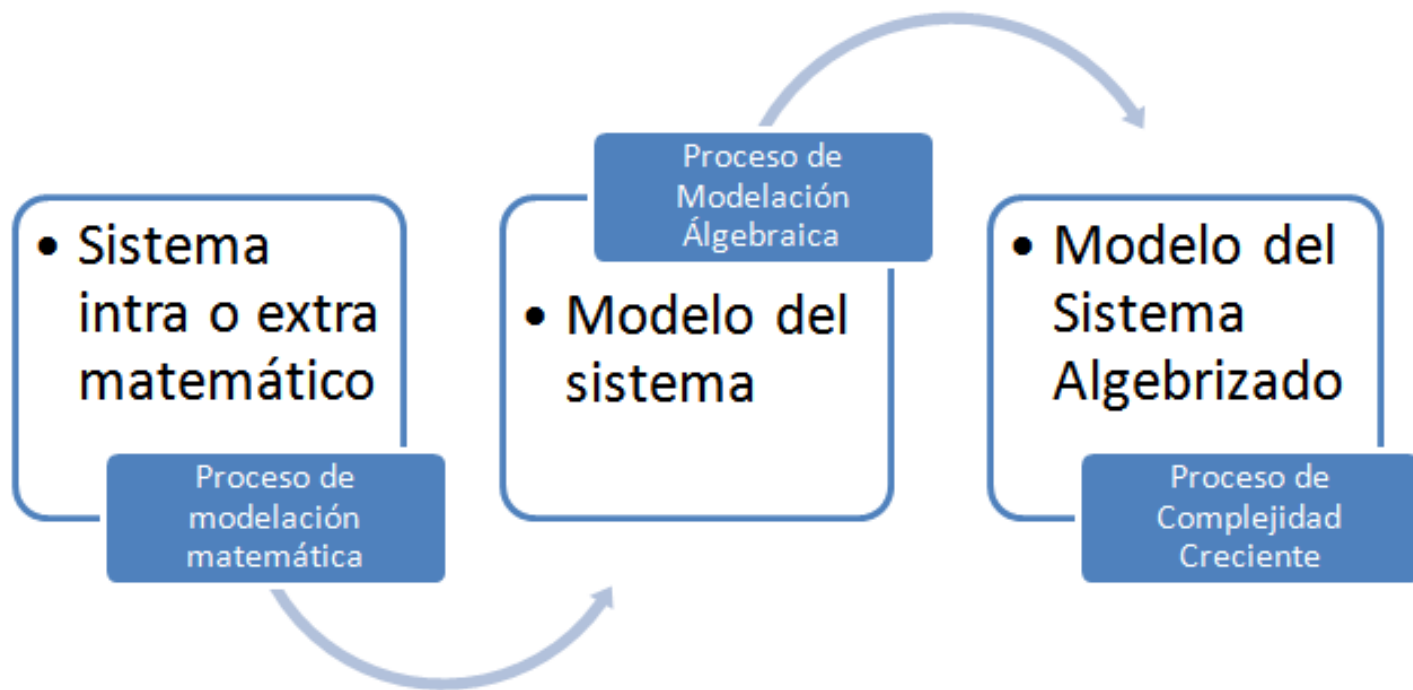
(iii) TRABAJO DEL MODELO: e) y f)

(iv) PROBLEMAS NUEVOS

# ESQUEMA DE MODELACIÓN

- ❖ El esquema de modelación algebraica implica dos partes: un sistema matemático o extra matemático y un modelo matemático del objeto de estudio. Este esquema se puede dividir en tres momentos: primero se define el objeto matemático que se quiere estudiar. En la segunda etapa, empezamos a describir algunas posibles relaciones entre los componentes del sistema, la construcción del modelo y relación entre las variables. Para la tercera etapa se trabaja la técnica dentro del modelo, interpretación del trabajo y resultados

# ESQUEMA DE MODELACIÓN



# Estructura de la secuencia de actividades para la modelación algebraica -TAD

## PRIMERA ETAPA:

### **TAREA 1 :**

- \* **Actividad de formulación del PCA:** formulación simbólica escrita con relaciones aritméticas

### **TAREA 2**

- \* **Actividad de trabajo de múltiples respuestas :** formulación escrita de una expresión algebraica o Programa de calculo aritmético (PCA) y transformación en otros PCA equivalentes a través de técnicas de simplificación. Introducción de símbolos.

### **TAREA 3**

- \* **Actividad de caso no resoluble (relación):** algunos datos son relaciones y la incógnita tampoco es un resultado numérico sino una relación.

### **TAREA 4**

- \* **Actividad de respuesta única (caso particular):** Se trabaja a partir de la igualdad entre dos PCA y para este caso se indica un valor numérico para una de las incógnitas

# Estructura de la secuencia de actividades para la modelación algebraica -TAD

## SEGUNDA ETAPA:

### TAREA 5

- \* **Ecuaciones equivalentes (relaciones)** : Necesidad de igualar dos PCA y obtener ecuaciones equivalentes

### TAREA 6

- \* **Respuesta única- caso particular:** Al trabajo con ecuaciones equivalentes, incógnitas a ambos lados del signo igual y obtención de relaciones se especifica el valor numérico de algunas incógnitas.

## TERCERA ETAPA:

### TAREA 7

- \* **Construcción del modelo algebraico:** Generalización del modelo para este tipo de tareas

### TAREA 8

- \* **Trabajo con variables, parámetros e incógnitas (modelo algebraico):** Manipulación del modelo algebraico sin distinguir entre parámetros e incógnitas.

### TAREA 9

- \* **Inclusión de nuevas variables al modelo algebraico:** Manipulación del modelo algebraico sin limitar el número de variables.

# Diseño de actividades: ETAPA 1

## ❖ Tarea 1.

### **ACTIVIDAD DE FORMULACIÓN DE PCA**

Situación 1: Unos amigos compran un perro caliente y dos hamburguesas. El perro caliente cuesta \$ 8 000, la hamburguesa \$1 000 más que el perro, además, tiene un bono de descuento equivalente a lo que costarían dos perros calientes. Al final, ¿Cuánto pagarán?

# Diseño de actividades: ETAPA 1

## \* Tarea 2:

### ACTIVIDAD DE TRABAJO DE MÚLTIPLES RESPUESTAS

Situación 2: Unos amigos compran un perro caliente y dos hamburguesas. La hamburguesa cuesta \$1 000 más que el perro, además, tienen un bono de descuento equivalente a lo que costarían dos perros calientes. Al final pagaron solamente \$5 000. ¿Cuánto costó cada perro caliente y cada hamburguesa?

# Diseño de actividades: ETAPA 1

## Tarea 3:

### ACTIVIDAD DE CASO NO RESOLUBLE (RELACIÓN)

Situación 3: Unos amigos fueron al Restaurante Oddie compran un perro caliente y dos hamburguesas, la hamburguesa cuesta \$1 000 más que el perro, además, tienen un bono de descuento por el valor de dos perros calientes. Otro día los amigos compraron un perro y una hamburguesa en el Restaurante Garfield pero la hamburguesa les costó \$2000 más que el perro, además sin bono de descuento. Ten en cuenta que el valor del perro caliente no es igual en ambos lugares. Si en las dos ocasiones casualmente terminaron pagando lo mismo, ¿Qué relación existe entre el costo del perro caliente en los dos restaurantes?



# Diseño de actividades: ETAPA 1

\* Tarea 4:

## RESPUESTA ÚNICA-CASO PARTICULAR

Situación 4: Si añadimos que en la situación de la tarea 3 el perro caliente en el Restaurante Garfield tiene un valor de \$ 7500 ¿Cuál sería el valor del perro caliente en el Restaurante Oddie?

# Diseño de actividades: ETAPA 2

\* Tarea 5:

## ECUACIONES EQUIVALENTES Y RELACIONES

**Situación 5:** Juan compró 4 perros y 3 hamburguesas en el Restaurante *Garfield*. Pedro compró en el Restaurante *Oddie* 5 perros, 2 hamburguesas y una pizza de \$6000. Si al final ambos terminan cancelando el mismo valor de la cuenta, y el costo del perro y de la hamburguesa son iguales en ambos lugares, ¿Cuál es la relación entre el costo del perro caliente y el de la hamburguesa?

# Diseño de actividades: ETAPA 2

## ❖ Tarea 6:

### RESPUESTA ÚNICA-CASO PARTICULAR

Situación 6: Si a la situación 5 añadimos que el valor de la hamburguesa es igual a tres veces el valor del perro, determina el costo del perro y el de la hamburguesa.

# Diseño de actividades: ETAPA 3

\* Tarea 7:

## CONSTRUCCIÓN Y MANEJO DEL MODELO ALGEBRAICO

Situación 7: ¿Cómo podríamos representar el total a pagar de una cuenta si no está especificado tanto el número de hamburguesas, de perros calientes y el precio de estos? Ten en cuenta que el costo de las hamburguesas no es igual al costo de los perros calientes.

# Diseño de actividades: ETAPA 3

## ❖ Tarea 8:

### TRABAJO CON EL MODELO ALGEBRAICO

Situación 8: Si tomamos de nuevo la expresión que indica el costo total de la cuenta indicada en la tarea 7, ¿Cuál es la relación del costo de una hamburguesa respecto al total y a los perros calientes?

# Diseño de actividades: ETAPA 3

## ❖ Tarea 9:

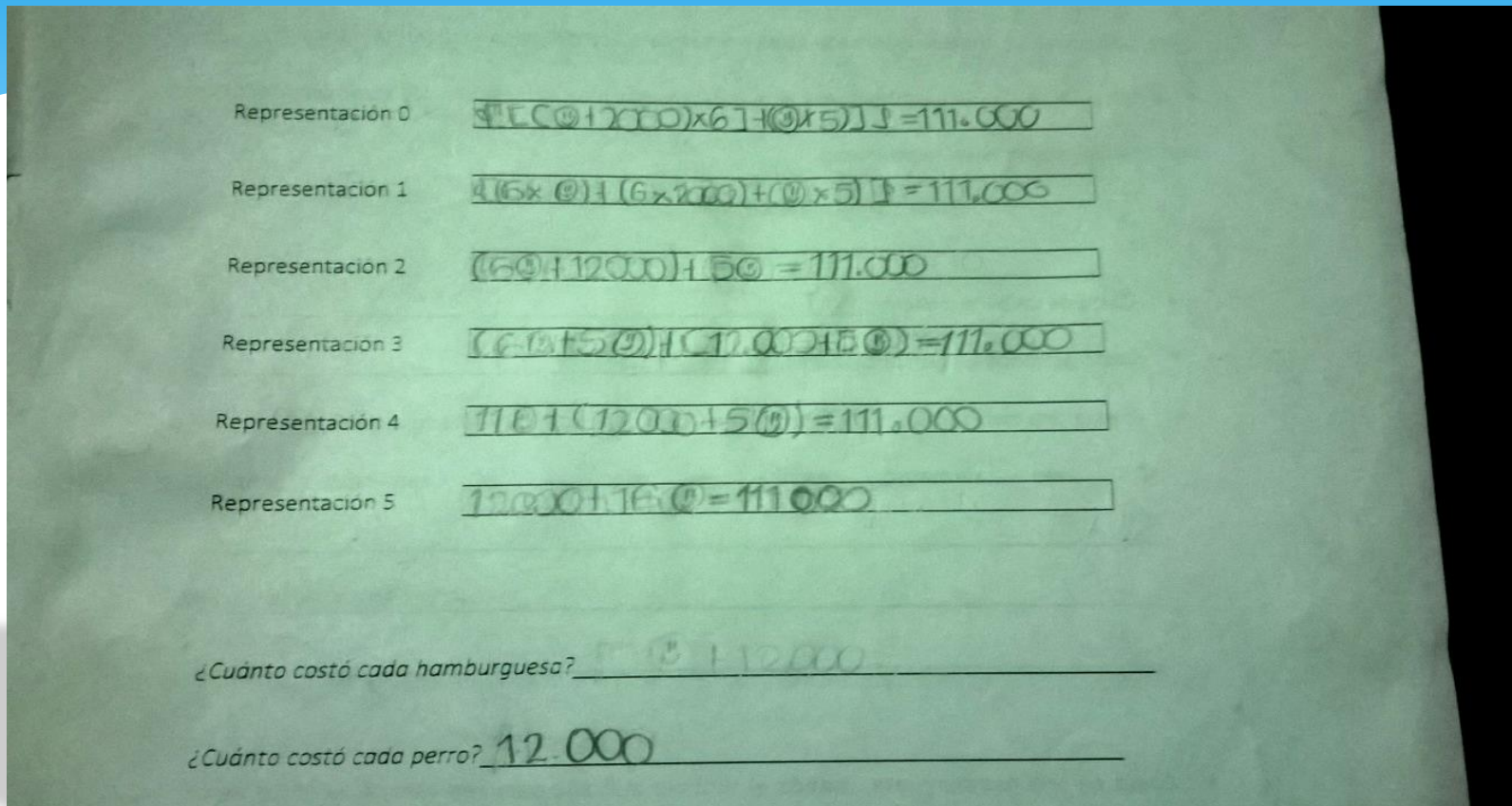
### INCLUSIÓN DE NUEVAS VARIABLES AL MODELO ALGEBRAICO

Situación 9: ¿Cómo podríamos representar el total a pagar de una cuenta si se compraron algunas hamburguesas, perros calientes, pizzas, además, se hizo un descuento de \$20 000 por la compra? Ten en cuenta que el costo de cada producto es diferente.

# CONCLUSIONES

- \* Los estudiantes construyeron significados, los desarrollaron y fueron capaces de comunicar sus ideas en forma algebraica, diferenciando los distintos usos de las variables, pasando entre uno y otro de manera flexible, caracterizando cada uno y usando el lenguaje algebraico para expresarlas
- \* Se concluye y se confirma la confusión (ausencia de sentido) que tienen los alumnos acerca de las notaciones y convenciones del lenguaje formal algebraico por causa de errores en Álgebra

# Algunas dificultades evidenciadas:



El estudiante lleva a cabo una primera parte de trabajo de propiedad distributiva, pero en las representaciones 2 y 3 no opera teniendo en cuenta la indicación del trabajo con paréntesis.



# Concepto de igualdad entre expresiones

Representación 0  $[(\text{☺} + 2000) \times 6] + (\text{♥} \times 5) = 111000$

Representación 1  $[(\text{☺} \times 6) + (6 \times 2000) + (5 \text{♥})]$

Representación 2  $(\text{☺} \times 6) + (12000 + (5 \text{♥}))$

Representación 3  $(5 \text{♥} + \text{☺} \times 6) + 12000$

Representación 4  $(12000 + 5 \text{♥}) (\text{☺} \times 6)$

Representación 5  $\text{☺} \times 6 + 12000 + 5 \text{♥} = 111000$

El estudiante identifica en primera instancia una igualdad de expresiones, sin embargo no considera la importancia de mantener esta igualdad en el trabajo con las expresiones, pues supone que solo debe resolver la primera expresión para llegar a un resultado.

# ETAPA 3- TAREA 8

Tarea 8:

## TRABAJO CON EL MODELO ALGEBRAICO

Situación:

Si tomamos de nuevo la expresión que indica el costo total de la cuenta indicada en la tarea 7,  
¿Cuál es la relación del costo de una hamburguesa respecto al total y a los perros calientes?

Ahora analicemos paso a paso cada transformación hasta llegar a construir la relación...

Primero escribe la expresión algebraica final de la tarea 7, luego desarrolla las transformaciones hasta encontrar la relación entre el costo de la hamburguesa con respecto al total y los perros calientes.

Tratamiento 0

$$(a \cdot x) + (b \cdot y) = z$$

Tratamiento 1

$$(a \cdot x) + (b \cdot y) = z - (a \cdot x)$$

Tratamiento 2

$$(b \cdot y) = z - (a \cdot x)$$

Tratamiento 3

$$(b \cdot y) = z - (a \cdot x)$$

Tratamiento 4

$$y = \frac{z - (a \cdot x)}{b}$$

Tratamiento 5

$$y = \frac{z - (a \cdot x)}{b}$$

Tratamiento 6

$$y = \frac{z - (a \cdot x)}{b}$$

# ETAPA 3- TAREA 9

Ahora teniendo en cuenta la información dada, empieza a desarrollar la situación paso a paso...

Identifica expresiones

Costo de un perro caliente x

Cantidad de perros calientes a

Costo de la cantidad de perros calientes a·x

Costo de una hamburguesa y

Cantidad de hamburguesas b

Costo de la cantidad de hamburguesas b·y

Costo de una pizza z

Cantidad de pizzas c

Costo de la cantidad de pizzas c·z

Descuento por la compra -20000

Costo total de la cuenta  $[(a·x) + (b·y) + (c·z)] - 20000$

# RECOMENDACIONES

- ❖ Se evidencia dentro del aula dificultades en la caracterización e interpretación de álgebra en sus diferentes contextos, dicha problemática se solucionaría vinculando constante y permanentemente elementos contextualizados que aporten a la aplicación de las técnicas y tecnologías impartidas por el docente en contextos intra o extramatemáticos dándole así un sentido a dichos elementos.
- ❖ Dentro del aula de clases se evidencio de forma práctica la carencia de situaciones aplicadas que conlleven a la formulación, creación y manipulación de modelos algebraicos aplicados a diversas situaciones o contextos interfiriendo de forma regular con el aprendizaje dinámico del álgebra, para ello los maestros deben de realizar estrategias pedagógicas de mayor impacto para los estudiantes

# Bibliografía

- ❖ Barquero, B. (2009). *Ecología de la Modelización Matemática*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- ❖ Bolea, P. (2002). *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares*. Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza.
- ❖ Bolea, P. (2003). *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares*. Monografía del Seminario Matemático García de Galdeano, 29. Departamento de Matemáticas. Universidad de Zaragoza.
- ❖ Bosch, M. & Gascón, J. (2005). *La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques*. In A. Mercier et C. Margolinas (Coords.), *Balises en Didactique des Mathématiques* (pp. 107–122). Grenoble, France: La Pensée Sauvage.
- ❖ Bosch, M., García, F. J., Gascón, J. & Ruíz, N. (2006). *La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico*. *Educación Matemática*, 18(2), 37-74.
- ❖ Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2) 33-115.
- ❖ Brousseau, G. (1991). *¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?: Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 9 (1).
- ❖ Brousseau G. (1994): *Problèmes et résultats de Didactique des Mathématiques*. ICMI Study 94.
- ❖ Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. (L. P. Sauvage, Ed.) Grenoble: Université de Montréal.

- ❖ Chevallard, Y. (1980a). *La transposition didactique*. Grenoble. La pensée sauvage, 1985.
- ❖ Chevallard Y. (1985): *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée Sauvage: Grenoble.
- ❖ Chevallard, Y. (1989). *Arithmétique, algèbre, modélisation*. Etapes d'une recherche, Publications n° 16 de l'IREM d'Aix-Marseille, 8, Marseille.
- ❖ Chevallard, Y. (1996): *La fonction professorale: esquisse d'un modèle didactique*, en R. Noirfalise et M.-J. Perrin-Glorian (coord.), *Actes de l'École d'Été de Didactique des Mathématiques (Saint-Sauves d'Auvergne, 1995)*, 83-122.
- ❖ Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 221-266.
- ❖ Chevallard, Y. (2005). *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique et nouvelle épistémologie scolaire*. En: Ducourtioux, C. & Hennequin, P.-L. (Éds.) *La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire*. Publications de l'APMEP N° 168, 239-263. París: APMEP
- ❖ Font, V. (2002). *Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas*. *Revista EMA*, 7 (2), 127-170.
- ❖ Gascon J. (1993): Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: del patrón de análisis-síntesis a la génesis del lenguaje algebraico, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 13/3, 295-332
- ❖ Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 18/1, n° 52, pp. 7-33.



GRACIAS POR SU ATENCION